© כל הזכויות שמורות לגיל נוימן - http://gil.ipnet.co.il/

GIL.IPNET.CO.IL

משוואות ואי – שיוויונים מעריכיים

לפני קריאת המאמר, יש צורך בשליטה בחוקי חזקות ושורשים. החוקים מופיעים בסיכום "אלגברה".

a^n a הוא בסיס החזקה ו-n הוא מעריך החזקה. (הערה: $a>0$)

משוואות מעריכיות:

ישנם כמה סוגים של משוואות מעריכיות:

סוג 1: משוואות שבהן יש בסיס משותף ידוע. (הביטויים בקשר של כפל וחילוק)

איך פותרים? בעזרת חוקי חזקות משווים לבסיס משותף וגורמים לכך שנקבל בכל האגפים שני חזקות בעלי בסיס שווה (בכל אגף חזקה אחת) מכיוון שהבסיסים שווים אז גם המעריכים שווים לכן משמיטים את הבסיסים ופותרים משוואה רגילה.

דוגמא:
$$2^x=4^x\cdot 8 \;\rightarrow\; 2^x=2^{2x}\cdot 2^3 \;\rightarrow\; 2^x=2^{2x+3} \;\rightarrow\; x=2x+3 \;\rightarrow\; x=-3$$

סוג 2: משוואות שאין להן בסיס משותף אך הבסיסים ידועים. (הביטויים בקשר של כפל וחילוק)

איך פותרים? נשים את הביטויים הכוללים את הנעלם באגף אחד ואת שאר הביטויים האחרים באגף השני ע"י פעולות החילוק ולאחר מכן נעבוד לפי סוג 1.

דוגמא:
$$2^x\cdot 6=4^x\cdot 3 \;\rightarrow\; \frac{4^x}{2^x}=\frac{6}{2} \;\rightarrow\; 2^x=2 \;\rightarrow\; x=1$$

סוג 3: משוואות שבסיסן משותף וידוע. (הביטויים בקשר של חיבור וחיסור)

איך פותרים? מפרידים את הביטוים המספריים מהמעריך, מוציאים את הביטוי החוזר כגורם משותף ועובדים לפי סוג 2.

דוגמאות:
$$2^x\cdot 5+2^{x+1}=2 \;\rightarrow\; 2^x\cdot 5+2^x\cdot 2=2 \;\rightarrow\; 2^x\cdot 7=2$$ וכו'...

$$4^x-3\cdot 2^x=4 \;\rightarrow\; 2^{2x}-3\cdot 2^x-4=0 \;\xrightarrow[2^x=a]{}\; a^2-3a-4=0$$

פותר את המשוואה, מציב לכל ערך a במשוואה של ההצבה, ופותר כמו סוג 1.

כל המידע המופיע כאן הוא בגדר המלצה בלבד.

© כל הזכויות שמורות לגיל נוימן - http://gil.ipnet.co.il/

סוג 4: משוואות שיש בהן נעלם בבסיס

איך פותרים? נגיע לבסיס אחיד בשני האגפים ונבצע 'או' בין שני מקרים:

א: בסיס שווה ל-1.

ב: נשמיט בסיסים ונפתור.

לאחר קבלת הפתרונות צריכים לבדוק שכל הפתרונות נותנים בסיס חיובי.

דוגמא:

$$2^x \cdot 6 = 4^x \cdot 3 \quad \rightarrow \quad \frac{4^x}{2^x} = \frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad 2^x = 2 \quad \rightarrow \quad x = 1$$

הערה: במשוואות עם שני נעלמים עובדים על כל משוואה בנפרד ואח"כ מאחדים.

אי - שיוויונים מעריכיים:

נבדיל בין שני מקרים:

1. אם הבסיס גדול מ-1, משמיטים אותו, והמגמה של סימן אי – השיוויון נשארת.
2. אם הבסיס בין 0 ל-1, משמיטים אותו, והמגמה של סימן אי – השיוויון מתהפכת.

דוגמאות:

$$\frac{1}{3}^x > \frac{1}{3}^{2x+6} \quad \rightarrow \quad x < 2x+6$$

$$3^x > 3^{2x+6} \quad \rightarrow \quad x > 2x+6$$

כאשר יש נעלם בבסיס, נבדיל בין שני המקרים כשבינيהם 'או'.

התרגיל המקורי:

$$x^x < x^{2x-2}$$

נפצל לשני מקרים: $x < 2x-2$ וגם $x > 1$ או $x > 2x-2$ וגם $1 > x > 0$

נפשט: $x > 2$ וגם $x > 1$ או $2 > x$ וגם $1 > x > 0$

נפתור מערכות 'וגם': $x > 2$ או $1 > x > 0$

נפתור מערכת 'או':

$$1 < x < 0 ; x > 2$$

$$\downarrow$$

$$\{ x \mid 1 < x < 0 ; x > 2 \}$$

סיכום זה נשלח ע"י אביחי יצחקי (ח'1)

בהצלחה!

כל המידע המופיע כאן הוא בגדר המלצה בלבד.